

# Wälzreibung zylindrischer Räder aus Kunststoff

D. Severin, Berlin, und H. Lütkebohle, Offenbach

Für zwei hartelastische und zwei weichelastische Kunststoffe wird auf einem Rad-Scheibe-Prüfstand experimentell der Einfluß der Tangentialkraft, der Normalkraft und der Rollgeschwindigkeit auf das Wälzreibungsverhalten des Systems „Kunststoffrad/Stahllaufbahn“ untersucht. Die Versuchsergebnisse der Kraftschluß-Schlupf-Messungen werden mit den nach der Theorie von Carter und Fromm errechneten Ergebnissen verglichen. Der infolge unterschiedlicher Elastizitätskonstanten in der Wälzpaarung auch im tangentialkraftfreien Betrieb entstehende Schlupf sowie die mit der Tangentialkraft zunehmende Abplattung der Räder werden experimentell bestimmt.

## 1 Einführung

Kunststoffräder müssen neben „Tragen“ und „Führen“ zunehmend auch die Funktionsart „Treiben“ erfüllen. Dabei wird in der Kontaktfläche zwischen dem Rad und der Laufbahn eine Tangentialkraft übertragen. Der reinen Rollbewegung überlagert sich dann eine Schlupfbewegung, ausgedrückt durch den Tangentialschlupf  $s_t$ . Dieser Betriebszustand ist nach DIN 50281 [1] als Wälzreibung definiert. Das Verhältnis von Tangentialkraft  $F_T$  und Normalkraft  $F_N$  nennt man „tangentialer Kraftschluß“  $f_t$ .

$$f_t = \frac{F_T(s_t)}{F_N} \quad (1)$$

Kraftschluß und Schlupf stehen in einem funktionalen Zusammenhang. Die Kenntnis der Kraftschluß-Schlupf-Funktion ist die Voraussetzung für die Beurteilung der nutzbaren Reibungszahl im Kontaktbereich Rad/Schiene.

Im Gegensatz zu den Systemen „Stahrad/Stahlschiene“ und „Gummirad/Stahlscheibe“ ist das Kraftschluß-Schlupf-Verhalten von Paarungen mit Rädern aus Kunststoffen noch wenig erforscht. Der vorliegende Beitrag berichtet über experimentelle Untersuchungen der Paarung „zylindrisches Kunststoffrad/Stahlschiene“.

## 2 Stand der Erkenntnisse

Überträgt das durch eine Normalkraft belastete Rad gleichzeitig ein Drehmoment, so entstehen infolge der Tangentialkraft in der Kontaktfläche Schubspannungen, deren Verteilung die Kontaktfläche in eine Haftzone im Einlaufbereich und in eine Gleitzone im Auslaufbereich aufteilt. In der Haftzone entsteht infolge der tangentialen Randdehnungen ein Formänderungsschlupf ohne Gleiten. In der Gleitzone wird die Haftgrenze überschritten. Dadurch entsteht hier ein Gleitschlupf. Umfaßt die Gleitzone die gesamte Kontaktfläche, so spricht man von „vollständigem Gleiten“.

Aufbauend auf der Theorie des elastischen Halbraums und unter Ansatz des Coulombschen Reibungs-

gesetzes, haben Carter [2] und Fromm [3] bereits in den 20er Jahren eine Beziehung zwischen der Tangentialkraft und dem Schlupf für Wälzpaarungen mit gleichen E-Modulen theoretisch erarbeitet. Dieselbe Thematik wurde später auch von Föpl [4, 5], Heinrich [6], Poritzky [7], Desoyer [8], Heinrich und Desoyer [9, 10] sowie Bufler [11, 12] und Kalker [13] behandelt.

Den theoretischen Arbeiten folgten experimentelle Untersuchungen des Rad/Schiene-Systems mit Wälzpaarungen aus Stahl. Einen Überblick über diese Arbeiten gibt Kraft [14]. Er nahm die bis dahin bei den experimentellen Untersuchungen aufgetretenen großen Streuungen zum Anlaß, Messungen unter möglichst idealen Bedingungen durchzuführen. Seine Ergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung mit der Theorie nach Carter und Fromm. Für Paarungen aus unterschiedlichen Werkstoffen liefert die Theorie nur für die Sonderfälle „vollständiges Haften“ und „vollständiges Gleiten“ in der Kontaktfläche unter bestimmten Bedingungen geschlossene Lösungen.

Bauerfeind [15] hat Mitte der 60er Jahre an Rädern aus Vollgummi umfangreiche experimentelle Untersuchungen durchgeführt. Seine gemessenen Kraftschluß-Schlupf-Kurven entsprechen qualitativ dem theoretischen Verlauf. Strothmann [16] setzte thematisch die Untersuchungen von Bauerfeind fort. Experimentelle Kraftschluß-Schlupf-Untersuchungen an Rädern aus Gummi und Polyurethan zeigen eine qualitative Übereinstimmung mit den Rechenergebnissen. Jörg [17] führte ähnliche Untersuchungen für Stoffbahn-Transportwalzen mit Hilfe der Finite-Element-Methode durch. In der rein theoretischen Arbeit setzt er elastisches Werkstoffverhalten voraus.

## 3 Theoretische Grundlagen

### 3.1 Gleit- und Formänderungsschlupf

Behandelt man das treibende Rad 1 und das getriebene Rad 2 in Bild 1 als starre Körper, so ist der Tangentialschlupf  $s_t$  allgemein definiert zu

$$s_t = \frac{r_1 \omega_1 - r_2 \omega_2}{r_1 \omega_1} \quad (2)$$

( $r_1, r_2$  Radius und  $\omega_1, \omega_2$  Winkelgeschwindigkeit des Wälzkörpers 1 bzw. 2).

Berücksichtigt man die elastische Verformbarkeit der beiden Wälzkörper, dann nehmen die aus der Kontaktbeanspruchung resultierenden tangentialen Randdehnungen ( $\epsilon_{x1}$ )<sub>z=0</sub> und ( $\epsilon_{x2}$ )<sub>z=0</sub> in der Kontaktzone Einfluß auf den Schlupf. Mit der Differenz der Umfangsgeschwindigkeiten  $v_1$  und  $v_2$  in der Gleitzone der Kontaktfläche des Rades 1 bzw. 2 ergibt sich nach [3] mit Gl. (2) der Tangentialschlupf zu

$$s_t = \frac{v_1 - v_2}{r_1 \omega_1} + \epsilon_{x2} - \epsilon_{x1} \quad (3)$$

Der Tangentialschlupf setzt sich zusammen aus dem Gleitschlupf

$$s_{tg} = \frac{v_1 - v_2}{r_1 \omega_1} \quad (4)$$

und aus dem Schlupf der elastischen Verformung

$$s_{te} = \epsilon_{x2} - \epsilon_{x1} \quad (5)$$

Solange nicht vollständiges Gleiten vorliegt, entspricht der nach außen wirksame meßbare Schlupf dem Formänderungsschlupf. Im Fall des vollständigen Gleitens erreicht die übertragene Tangentialkraft ihren möglichen Maximalwert.

$$F_{Tmax} = f_{max} \cdot F_N \quad (6)$$

$f_{max}$  ist der Kräfte-schlupf-beiwert.

### 3.2 Vorgänge in der Kontaktfläche

Für den Beanspruchungszustand im Kontaktbereich einer Wälzpaarung lassen sich für zwei Wälzkörper aus verschiedenen Werkstoffen mit den üblichen Voraussetzungen der Elastizitätstheorie geschlossene Lösungen nur für die beiden folgenden Grenzfälle herleiten:

I. vollkommenes Haften in der Kontaktfläche,

$$F_T = 0, f_{max} = \infty$$

II. vollkommenes Gleiten in der Kontaktfläche,

$$\tau_{zx}(x) = f_{max} \sigma_z(x)$$

( $\tau$  Schubspannung,  $\sigma_z$  Normalspannung).

Bild 2 zeigt schematisch die Normal- und Schubspannungsverteilung  $\sigma_z(x)$  und  $\tau_{zx}(x)$  in der Kontaktfläche für die beiden Grenzfälle. Aus didaktischen Gründen wurde im Fall II  $f_{max} = 1$  gewählt.

Im allgemeinen Fall (Bild 2c) mit  $0 < F_T < f_{max} F_N$  gliedert sich die Kontaktfläche in eine Haft- und in eine Gleitzone. Im Haftgebiet muß die Bedingung  $\epsilon_{x2} - \epsilon_{x1} = \text{const.}$  erfüllt sein. Der allgemeine Fall ist geschlossen nur für eine Wälzpaarung mit zylindrischen Wälzkörpern mit gleichen Materialkennwerten lösbar. Für den ebenen Spannungszustand ( $\nu^z = 0$ ) ergibt sich der Tangentialschlupf nach [3, 7, 11, 12] zu

$$s_t = f_{max} \frac{a_H}{r_e} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{f_t}{f_{max}}} \right) \quad (7)$$

Es bedeuten

$$a_H = \sqrt{\frac{8F_N r_e}{\pi B E}} \quad \begin{array}{l} \text{halbe Breite der Hertzschen} \\ \text{Kontaktfläche,} \end{array} \quad (8)$$

$$r_e = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \quad \text{Ersatzradius,} \quad (9)$$

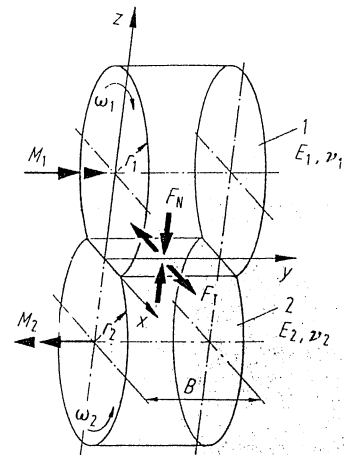


Bild 1. Wälzpaarung mit zylindrischen Wälzkörpern;  $M_1$  Drehmoment;  $E_1, E_2$  Elastizitätsmodul;  $\nu_1, \nu_2$  Querkontanzahl (jeweils für Wälzkörper 1 bzw. 2)

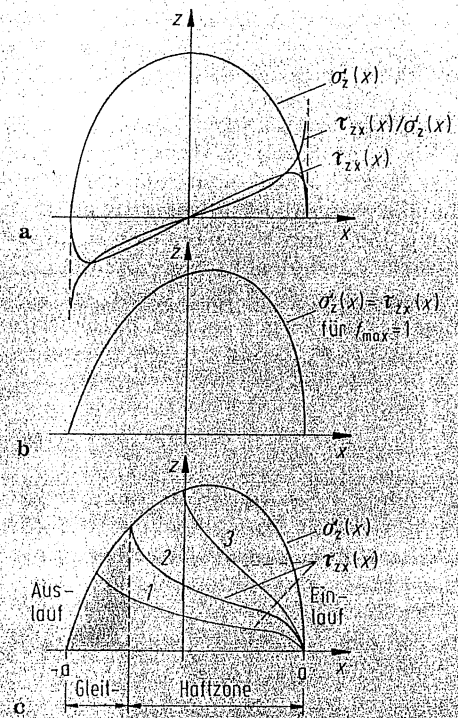


Bild 2a bis c. Schematische Darstellung der Normal- und Schubspannungsverteilung in der Kontaktfläche zweier Wälzräder aus unterschiedlichen Werkstoffen; a) Grenzfall vollkommenes Haften,  $F_T = 0, f_{max} = \infty$ ; b) Grenzfall vollkommenes Gleiten,  $F_T \geq f_{max} F_N$ ; c) allgemeiner Fall  $F_{T1} < F_{T2} < F_{T3} < f_{max} F_N, f_{max} = 1$

$E = E_1 = E_2$  Elastizitätsmodul,

$B$  Radbreite,

Bei einer Wälzpaarung mit unterschiedlichen Materialien nimmt auch die Schubspannung in der Kontaktfläche Einfluß auf die Normalspannungsverteilung. Da der Einfluß der Schubspannung klein ist, kann man davon ausgehen, daß Gl. (7) in guter Näherung auf eine Wälzpaarung mit unterschiedlichen Materialien angewendet werden kann, wenn mit dem Ersatzelastizitätsmodul  $E_g$  gearbeitet wird.

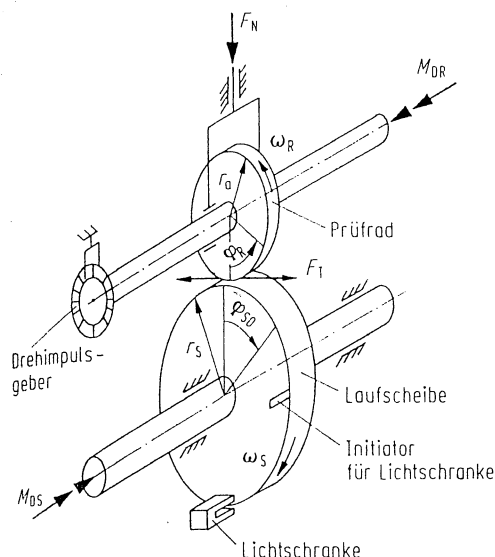


Bild 3. Funktionsprinzip des Prüfstands mit Stahl-Laufbahn (Radius der Laufscheibe  $r_s = 400$  mm) und Kunststoff-Prüfrad (Außenradius  $r_a = 150$  mm);  $M_{DS}$ ,  $M_{DR}$  Drehmoment an der Laufscheibe bzw. am Prüfrad;  $\omega_S$ ,  $\omega_R$  Winkelgeschwindigkeit der Laufscheibe bzw. des Prüfrades;  $\varphi_{S0}$ ,  $\varphi_{R0}$  Drehwinkel an der Laufscheibe bzw. am Prüfrad

$$E_c = 2 \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \quad (10)$$

Zu beachten ist, daß bei einer Wälzpaarung aus unterschiedlichen Materialien im tangentialkraftfreien Leerlauf zusätzlich der tangentielle Leerlaufschlupf  $s_{t0}$  auftritt, der von der Normalkraft  $F_N$  abhängt (s. Abschnitt 6.2). Für Wälzpaarungen aus unterschiedlichen Werkstoffen ergibt sich dann mit Gl. (7) für den ebenen Spannungszustand der gesamte Tangentialschlupf zu

$$s_t = \frac{f_{\max}}{r_e} \sqrt{\frac{8F_N r_e}{\pi B E_c} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{f_t}{f_{\max}}}\right)} + s_{t0} \quad (11)$$

Für den Grenzfall I des vollkommenen Haftens gibt Bufler [11, 12] den Leerlaufschlupf an. Eine Übereinstimmung zwischen der Theorie und den wirklichen Verhältnissen kann hier aber nur qualitativ erwartet werden, da die Voraussetzung  $f_{\max} = \infty$  physikalisch nicht erfüllbar ist und daher in den Randzonen der Kontaktfläche spannungsausgleichende Mikrogleitbewegungen auftreten müssen. In [18] findet man einen Vergleich zwischen dem theoretischen und dem experimentell ermittelten Leerlaufschlupf.

#### 4 Meßverfahren

Für die experimentellen Untersuchungen dient der bereits in [19] vorgestellte Prüfstand. Für die Erzeugung der Tangentialkraft in der Kontaktzone wird das Prüfrad über eine zwischengeschaltete Drehmomentenmeßwelle angetrieben. Das Reaktionsmoment an der Laufscheibe bringt eine Wirbelstrombremse auf (Bild 3).

Im stationären Betrieb läßt sich der Tangentialschlupf  $s_t$  aus der Differenz der Raddrehwinkel  $\varphi_R$  — gemessen unter Wirkung der Tangentialkraft — und dem Drehwinkel  $\varphi_{R0}$  am Prüfrad bei Schlupf im Leerlauf bestimmen. Der Tangentialschlupf ist

$$s_t = 1 - \frac{i_0 \varphi_{S0}}{\varphi_R} \quad (12)$$

Die Leerlaufübersetzung  $i_0$  wird mit Hilfe eines speziellen Meßverfahrens [18] für jede Radpaarung genau bestimmt. Die Erfassung und Auswertung der Signale sowie die Berechnung des Schlupfes übernimmt ein hierfür entwickeltes Mikroprozessorsystem (Z 80 A CPU). Der Meßaufbau ermöglicht eine Auflösung des Schlupfes im Bereich von  $10^{-5}$ .

#### 5 Versuchskörper und Versuchswerkstoffe

Als Versuchskörper werden zylindrische Bandagenräder mit einem Durchmesser von 150 mm und einer Breite von 30 mm verwendet. Über ihr Verhalten unter Rollreibung wurde bereits in [19] berichtet. Werkstoffe der Bandagen sind

- Polyamid 66 (PA66, Ultramid A4k),
- Polyoxymethylen (POM, Ultraform H 2320),
- thermoplastisches Polyurethan (TPU, Elastollan 598 A),
- vernetztes Polyurethan (PUR, Yulkollan 30).

Die Kunststoffe PA66 und POM (hartelastisch) sowie TPU und PUR (weichelastisch) haben jeweils ähnliche mechanische Materialeigenschaften. Der Feuchtigkeitsgehalt des PA66-Versuchsmaterials liegt unter 0,5%. Die für den dynamischen Elastizitätsmodul  $E'$  des Wälzkörpers aus Kunststoff in den Berechnungen verwendeten Werte sind nach Herstellerangaben bei Raumtemperatur

$$\begin{aligned} E' &\approx 3200 \text{ N/mm}^2 \text{ für PA66 und POM,} \\ E' &\approx 250 \text{ N/mm}^2 \text{ für TPU,} \\ E' &\approx 70 \text{ N/mm}^2 \text{ für PUR.} \end{aligned}$$

Für alle Werkstoffe wird mit einer Querkontraktionszahl von  $\nu = 0,4$  gerechnet. Für die Wälzreibungsuntersuchungen ist die Rauheit der Laufscheibenoberfläche von Bedeutung. Die mittlere Rautiefe der Scheibenlauffläche lag hier bei  $R_z = 1,7 \mu\text{m}$ .

#### 6 Ergebnisse

##### 6.1 Beziehung zwischen dem tangentialen Kraftschluß und dem Tangentialschlupf

In Meßreihen wurde für Prüfräder aus den vier verschiedenartigen Werkstoffen die Kraftschluß-Schlupf-Beziehung und der Kraftschlußbeiwert  $f_{\max}$  als Funktion der Normalkraft und der Umfangsgeschwindigkeit bestimmt. Reproduzierbare Meßergebnisse stellten sich erst nach einem Einlauf von mehreren Stunden ein.

Bild 4a zeigt für die Werkstoffe PA66 und POM den nach Gl. (11) errechneten und den experimentell ermittelten Verlauf des Kraftschlußbeiwerts  $f_t$ . Die Schlupfmeßwerte des gesamten Normalkraftbereichs sind dort auf  $F_N = 1000$  N bezogen dargestellt.

$$S_{t \text{ norm}} = S_{t \text{ gem}} \sqrt{\frac{1000}{F_N}}$$

Die Meßergebnisse bestätigen den theoretisch ermittelten Zusammenhang zwischen dem Tangentialschlupf und der Normalkraft  $S_t \sim \sqrt{F_N}$ , denn die normierten Meßwerte liegen in einem engen Streuband.



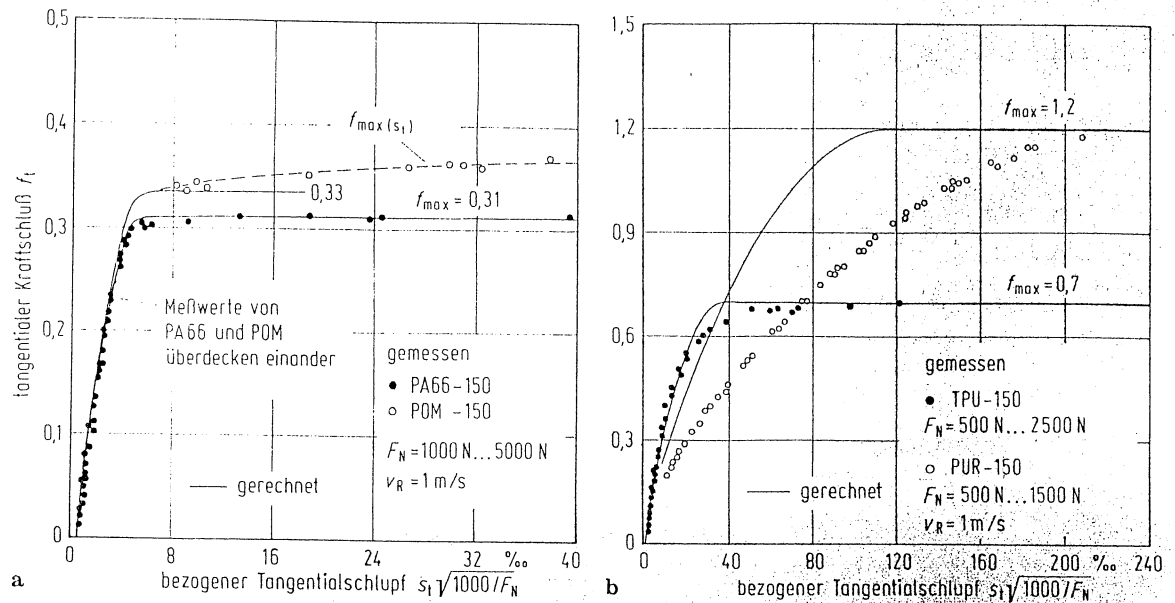


Bild 4a und b. Gemessener und gerechneter Kraftschluß  $f_t$  als Funktion des bezogenen Tangentialschlupfes bei unterschiedlichen Normalkräften für a) hartelastische und b) weichelastische Kunststoffe;  $v_R$  Rollgeschwindigkeit

Eine Abhängigkeit des Kraftschlußbeiwerts von der Normalkraft war ebensowenig festzustellen wie ein Einfluß der Rollgeschwindigkeit im untersuchten Geschwindigkeitsbereich von 0,5 bis 2 m/s.

Die gemessenen Kraftschluß-Schlupf-Funktionen zeigen einen steil steigenden quasi-linearen Teil im Bereich kleiner Schlupfwerte und einen nahezu waagrecht verlaufenden Teil nach Erreichen des Kraftschlußbeiwerts  $f_{max}$ . Im quasi-linearen Teil sind die Meßwerte von PA66 und POM nahezu identisch.

Sie unterscheiden sich dagegen im Bereich großer Schlüpfte. Hier liegt für PA66 der Kraftschlußbeiwert bei  $f_{max} = 0,31$ . Er ist unabhängig vom Gleitschlupf, was zeigt, daß die Gleitgeschwindigkeit hier keinen Einfluß auf den Kraftschlußbeiwert hat. Bei dem Werkstoff POM dagegen steigt der Kraftschlußbeiwert mit zunehmendem Gleitschlupf leicht an. Bei einem Schlupf von 10‰ liegt  $f_{max}$  bei 0,34, also über dem Wert von PA, obwohl in der Literatur für die Reibpaarung POM/Stahl im allgemeinen etwas niedrigere Gleitreibungszahlen angegeben werden als für PA/Stahl. In der Praxis zeigt der Werkstoff POM ein günstigeres Verhalten, denn ein Durchrutschen des Rades bei Überlastung wird bei POM besser abgefangen als bei PA66.

Für die weichelastischen Werkstoffe TPU und PUR zeigt Bild 4b die analogen Rechen- und Meßergebnisse. Letztere liegen auch hier in einem sehr engen Streuband, was zeigt, daß auch bei den weichelastischen Werkstoffen die Beziehung  $S_t \sim \sqrt{F_N}$  Gültigkeit hat.

Auch hier konnte kein Einfluß der Normalkraft und der Rollgeschwindigkeit auf den Kraftschlußbeiwert festgestellt werden. Der Verlauf der Kraftschluß-Schlupf-Funktionen der weichelastischen Materialien ist wesentlich flacher als derjenige der hartelastischen Werkstoffe. Eine Übereinstimmung zwischen den errechneten und den gemessenen Werten ergibt sich nur bei dem thermoplastischen Material TPU.

Ins Auge fallen die großen Kraftschlußbeiwerte im Bereich großer Schlüpfte. Besonders das chemisch ver-

netzte PUR erreicht mit  $f_{max} = 1,2$  einen sehr großen Wert, der für diesen Materialtypus charakteristisch ist. Der Grund hierfür ist der bei gummiartigen Materialien dominierende Einfluß der Adhäsion, der sich bei mittleren Oberflächengüten des Stahlkörpers wirkt. Mit steigender Oberflächengüte kann mit weiterer Zunahme der Reibungszahl gerechnet werden. Für eine Reibpaarung Gummi-Spiegelglas sind solche Werte bis 4,5 gemessen worden [15].

Es ist anzunehmen, daß hier der adhäsive Reibmechanismus eine besondere Rolle spielt. Die in Grenzschicht der Reibpartner entstehenden zwischenmolekularen Bindungen könnten dazu führen, daß den grenzschichtnahen Moleküllagen des F-Körpers ein größerer Anteil der Tangentialbelastung aufgenommen wird, als dies bei Reibpaarungen der Fall ist, bei denen der Reibungsmechanismus die Deformation und Abrasion bestimmt wird. Die dadurch resultierende erhöhte Tangentialverformung kann die Verbindung mit dem stark nichtlinearen Spannungs-Dehnungsverhalten, das wegen der großen Dehnung zu erwarten ist, zu den großen Schlupfwerten führen. Sie könnte auch eine Erklärung für die großen Unterschiede zwischen den errechneten und den gemessenen Werten sein.

Für die praktische Verwendung eines Rades Tangentialkraftübertragung bietet das vernetzte Material günstige Eigenschaften. Infolge des großen Kraftschlußbeiwerts ermöglicht PUR die Übertragung großer Tangentialkräfte. Die Kraftschluß-Schlupf-Funktion besitzt keinen ausgeprägten Durchrutschbereich. Dadurch ist eine ungestörte Tangentialkraftübertragung auch bei großen Kraftschlüssen möglich, was besonders im Fall einer kurzzeitigen Überlastung des Rades Bedeutung ist. Aufgrund der großen Tangentialverformungen und der damit verbundenen Eigenverwärmung des Radkörpers kann der große Kraftschlußbeiwert im Dauerbetrieb nicht vollgenutzt werden.

In Bild 5a und b sind für PA66 und TPU die errechneten und die gemessenen Kraftschluß-Schlupf-Kurven mit der Normalkraft als Parameter dargestellt, wobei die gemessenen Leerlaufschlüpfte in der Berechnung nach Gl. (11) berücksichtigt sind, also den Wendepunkt der Kurven auf der Abszisse bestimmen. Man erkennt hier besonders deutlich die gute Übere-

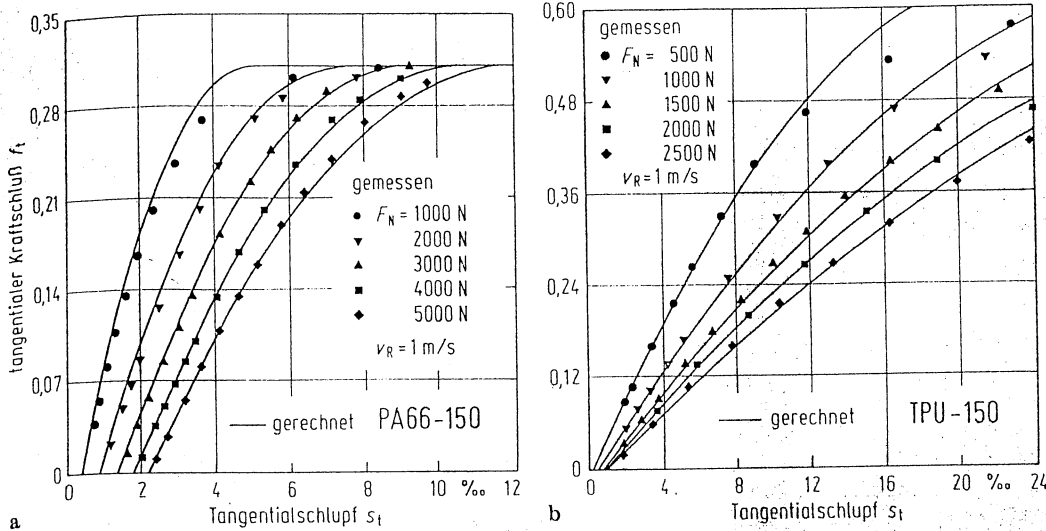


Bild 5a und b. Gemessener und gerechneter Kraftschluß  $f_t$  als Funktion des Tangentialschlupfes für a) PA66-150 und b) TPU-150

stimmung zwischen den gerechneten und gemessenen Kraftschluß-Schlupf-Funktionen, obwohl die geschlossene Lösung der Gl. (7) streng genommen nur für Wälzpaarungen mit gleichen Werkstoffen gilt.

6.2 Überlegungen zur Entstehung des Leerlaufschlupfes

Als Leerlaufschlupf  $s_{l0}$  wird der Schlupf bezeichnet, der zwischen den beiden Wälzkörpern infolge der Belastung durch eine Normalkraft entsteht, also ohne daß eine Tangentialkraft in der Kontaktfläche übertragen wird. Nach der Theorie wird der Schlupf unterhalb des Durchrutschbereichs von der tangentialen Randdehnung in der Haftzone der Kontaktfläche bestimmt. Da bei der hier vorliegenden Wälzpaarung Kunststoffrad/Stahlscheibe die Stahlscheibe näherungsweise als starr angesehen werden kann, gilt mit Gl. (5) für  $F_T = 0$

$$s_{l0} = -\epsilon_{x1} \quad (13)$$

Nach Gl. (13) wird der Leerlaufschlupf positiv, wenn die tangentiale Randdehnung in der Haftzone negativ ist. Diese Aussage ergibt sich aus der Theorie bei der üblichen Betrachtung des Radkörpers als zweidimensional beanspruchter Halbraum.

Die härtesten Thermoplaste PA66 und POM zeigen dieses Verhalten mit nahezu identischen, linear mit der Normalkraft zunehmenden, positiven Leerlaufschlupfwerten (Bild 6a und b). Die weichelastischen Polyurethane TPU und PUR zeigen Abweichungen von diesem Verhalten. Beim TPU-Rad (Bild 6c) sind die Leerlaufschlupfwerte zwar ebenfalls positiv, sie zeigen aber eine nichtlineare Abhängigkeit von der Normalkraft. Beim PUR-Rad tritt ein negativer Leerlaufschlupf auf (Bild 6d). Dies ist nach Gl. (13) nur möglich, wenn eine tangentiale Zugdehnung in der Haftzone der Kontaktzone vorliegt, was mit der Theorie des zweidimensional beanspruchten Halbraums nicht zu erklären ist. Der negative Leerlaufschlupf ist bei Rädern aus Gummi schon mehrfach beobachtet worden.

Borchardt [20] diskutiert anhand von Messungen an einer Wälzpaarung Gummirad/Stahlrad den Ein-

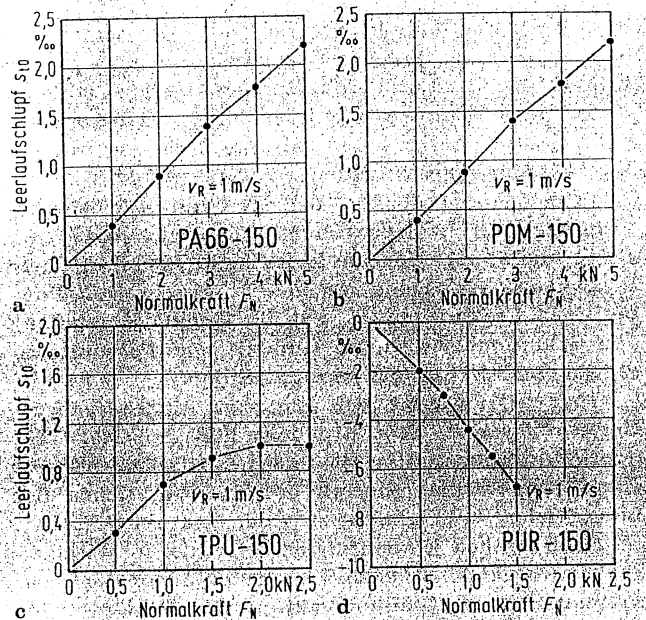


Bild 6a bis d. Schlupf im tangentialkraftfreien Leerlauf in Abhängigkeit von der Normalkraft für die vier Versuchswerkstoffe a) PA66-150, b) POM-150, c) TPU-150, d) PUR-150

fluß der Gummibelaghöhe und -breite auf den Leerlaufschlupf. Mit abnehmender Bandagenhöhe vergrößert sich nach seinen Untersuchungen der negative Leerlaufschlupf. Eine Erklärung dafür gibt er nicht.

Bauerfeind [15] stellt bei Schlupfmessungen an Gummirädern ebenfalls einen negativen Leerlaufschlupf fest. Er begründet dessen Auftreten in Anlehnung an die Ergebnisse von Borchardt mit dem Einfluß der endlichen Bandagenhöhe, den er experimentell und analytisch gesondert untersucht. Seine Ergebnisse zeigen, daß in Abweichung zur Halbraumtheorie die tangentialen Spannungen und Dehnungen in den Randbereichen der Kontaktfläche positiv sind, wobei die Größe und der Bereich der Zugspannung mit abnehmender Bandagenhöhe wächst.

Die Randdehnungen liegen mit ihrem Scheitelwert aber durchweg noch im Druckdehnungsbereich. Bauerfeind kommt aufgrund dieser Ergebnisse zu dem Schluß, daß der Leerlaufschlupf dann negativ wird, wenn die über die Kontaktfläche gemittelte Randdehnung positiv



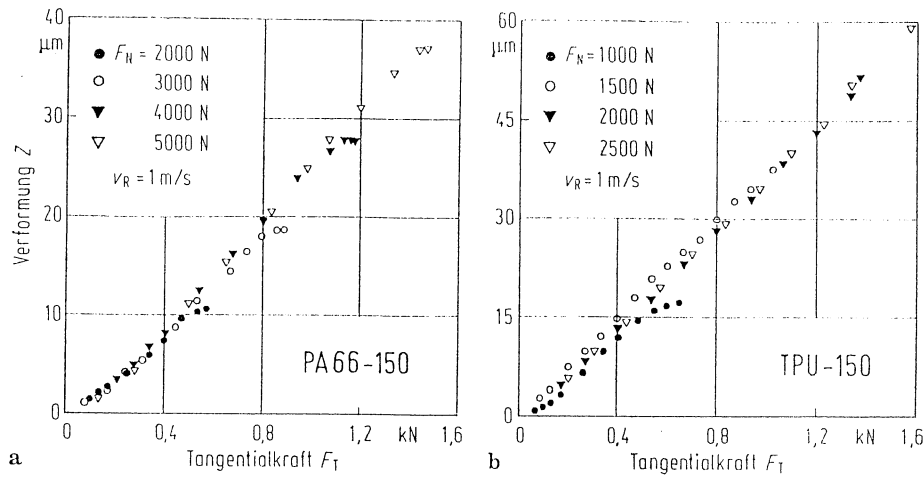


Bild 7 a und b. Gemessene Radkörperabplattung in Abhängigkeit von der Tangentialkraft bei a) PA66-150 und b) TPU-150

ist. Diese Begründung widerspricht aber seiner Annahme, daß bei tangentialkraftfreiem Rollen in der Kontaktfläche nahezu vollständiges Haften vorliegt. Unter dieser Voraussetzung kann der negative Leerlaufschlupf nicht durch eine „mittlere Dehnung“ in der Kontaktzone erklärt werden.

Strothmann [16] geht bei der Finite-Element-Berechnung von Wälzpaarungen mit weichelastischem Belag und starrer Scheibe leider nicht näher auf diese Problematik ein. Seine Rechenergebnisse zeigen einen positiven Leerlaufschlupf. Bei der Ergebnisdarstellung von Schlupfmessungen an Gummi- und Polyurethanrädern eliminiert er den Leerlaufschlupf.

Jörg [17] kommt bei ähnlichen Finite-Element-Berechnungen zu dem Ergebnis, daß die Größe der Querkontraktionszahl  $\nu$  des weichelastischen Körpers einen wesentlichen Einfluß auf das Vorzeichen der tangentialen Randdehnungen in der Kontaktfläche hat.

Nach eigenen Erkenntnissen liefert der in Wirklichkeit vorliegende dreiaxige Spannungszustand zusammen mit der Querkontraktion eine Erklärung für das Auftreten positiver Schlupfwerte beim Abrollen weichelastischer Räder auf einer starren Fahrbahn. Dies sollen die folgenden Überlegungen zeigen.

Die Deformationsgleichung des allgemeinen Beanspruchungszustands lautet für die tangential x-Komponente in Laufrichtung

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \quad (14)$$

Für den Mittelpunkt der Kontaktfläche bei  $x, y, z = 0$  gilt

$$\sigma_x = m\sigma_z \quad (15)$$

$$\sigma_y = n\sigma_z$$

Gleichung (15) in Gl. (14) eingesetzt, ergibt

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} [m - \nu(n + 1)] \sigma_z \quad (16)$$

Ein negativer Leerlaufschlupf tritt auf, wenn  $\epsilon_x$  positiv ist, also solange

$$\nu(n + 1) < m \quad (17)$$

gilt. Die Querkontraktionszahl  $\nu$  kann bei weichelastischen Materialien den Grenzwert von 0,5 erreichen.

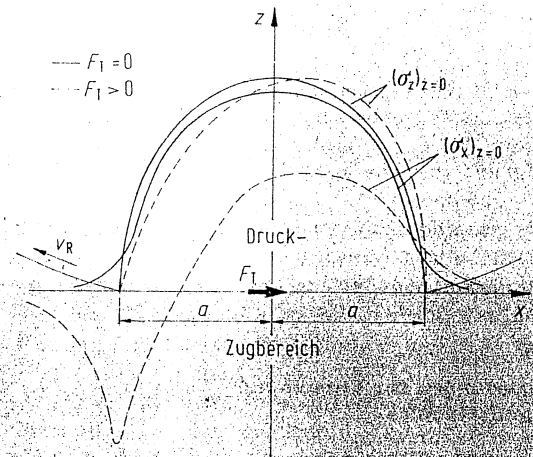


Bild 8. Schematischer Verlauf der Normal- und Tangentialspannung in der Kontaktzone ohne und mit Tangentialkraftübertragung

### 6.3 Einfluß der Tangentialkraft auf die Radkörperabplattung

Bei allen untersuchten Prüfrädern wurde trotz konstanter Normalkraft eine mit der Tangentialkraft nahezu linear zunehmende Verformung in z-Richtung gemessen (Bild 7 a und b). Die Normalkraft begrenzt lediglich den Kraftschlußbeiwert  $f_{max}$  die Tangentialkraft, damit die Verformung. Sie beeinflusst aber nicht die Verformung im linearen Bereich der Kraftschluß-Schlupf-Funktion. Der Durchrutschbereich ist bei den einzelnen Normalkraftstufen in den Bildern erkennbar.

Die von der Tangentialkraft abhängige Verformung in z-Richtung wurde bisher in der Literatur noch nicht erwähnt. Eine qualitative Deutung läßt sich aus der Wechselwirkung zwischen der Normalspannung  $\sigma_z$  und der Tangentialspannung  $\sigma_x$  in der Kontaktfläche bei Leerlauf ( $F_T = 0$ ) sowie bei der Übertragung einer Tangentialkraft ( $F_T > 0$ ) ableiten.

Betrachtet man die allgemeine Deformationsgleichung des ebenen Spannungszustands

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} (\sigma_z - \nu\sigma_x) \quad (18)$$

dann wird deutlich, daß z.B. in der Symmetrieebene bei  $\alpha = 0$  die durch die Tangentialkraft verursachte starke Verzerrung von  $\sigma_x$  hier eine Vergrößerung von  $\epsilon_z$  zur Folge haben muß, da  $\sigma_z$  sich mit steigender Tangentialkraft nur geringfügig ändert.

## 7 Zusammenfassung

Der vorliegende Beitrag zeigt theoretische Überlegungen und experimentelle Ergebnisse zur Wälzreibung von zylindrischen Rädern aus Kunststoff, die auf einer Stahlscheibe laufen.

Die nur für Wälzpaarungen mit gleichen elastischen Konstanten gültige, von Carter und Fromm entwickelte, geschlossene Lösung des Wälzreibungsproblems wird formal auf Wälzpaarungen mit unterschiedlichen Werkstoffen übertragen. Der Vergleich zwischen den gemessenen und gerechneten Kraftschluß-Schlupf-Funktionen zeigt für die untersuchten thermoplastischen Werkstoffe eine bemerkenswert gute Übereinstimmung, wenn der experimentell ermittelte Leerlaufschlupf berücksichtigt wird. Abweichungen bis zu 100% ergeben sich dagegen bei dem vernetzten PUR. In der Kontaktzone wirkende Adhäsionskräfte können die mögliche Ursache dafür und für den großen Kraftschlußbeiwert sein. Für PUR wurde  $f_{\max} = 1,2$  gemessen. Auch der Kraftschlußbeiwert des anderen weichelastischen Materials TPU lag mit 0,7 noch erheblich über den Werten der hartelastischen Werkstoffe PA66 und POM ( $f_{\max} = 0,3$  bis 0,4).

Bei allen Wälzpaarungen tritt infolge der unterschiedlichen Elastizitätskonstanten der Wälzkörper allein bei Wirkung einer Normalbelastung Leerlaufschlupf auf, der bei den thermoplastischen Werkstoffen positive, bei dem vernetzten Polyurethan negative Werte annimmt.

Bei allen Prüfrädern nimmt die Radkörperabplattung mit steigender Tangentialkraft zu, obwohl die Normalkraft konstant ist. Dies zeigt, daß die Tangentialkraft einen Einfluß auf die Größe der Kontaktfläche nimmt.

## Literatur

1. DIN 50281: Reibung in Lagerungen (Okt. 1977).
2. Carter, F. W.: On the action of a locomotive driving wheel. Proc. Royal Soc. London A112 (1926) S. 151–157.
3. Fromm, H.: Berechnung des Schlupfes beim Rollen deformierbarer Scheiben. Z. f. angew. Math. u. Mech. 7 (1927) H. 1, S. 27–58.
4. Föppl, L.: Beanspruchung von Schiene und Rad beim Anfahren und Bremsen. Forsch. auf d. Geb. d. Ing.wes. 7 (1936) H. 3, S. 141–147.

5. Föppl, L.: Die strenge Lösung für die rollende Reibung. München: Leibniz-Verlag 1947.
6. Heinrich, G.: Zu L. Föppls Theorie der rollenden Reibung. Österr. Ing.-Arch. 4 (1959) H. 5, S. 363–375.
7. Poritzky, H.: Stresses and deflections of cylindrical bodies in contact with application to contact of gears and of locomotive wheels. J. Appl. Mech. 72 (1950) H. 6, S. 191 bis 201.
8. Desoyer, K.: Zur rollenden Reibung zwischen Scheiben mit verschiedenen Elastizitätskonstanten. Österr. Ing.-Arch. 11 (1957) H. 2, S. 146–160.
9. Heinrich, G.; Desoyer, K.: Rollreibung mit axialem Schub. Ing.-Arch. 36 (1967) H. 2, S. 48–72.
10. Heinrich, G.; Desoyer, K.: Rollreibung mit unterschiedlichen Werten für den Haft- und Gleitreibungskoeffizienten. Ing.-Arch. 38 (1969) H. 1, S. 35–45.
11. Bufler, H.: Zur Theorie der rollenden Reibung. Ing.-Arch. 27 (1959) H. 3, S. 137–152.
12. Bufler, H.: Beanspruchung und Schlupf beim Rollen elastischer Walzen. Forsch. auf d. Geb. d. Ing.wes. 27 (1961) H. 4, S. 121–126.
13. Kalker, J. J.: On the rolling contact of two elastic bodies in the presence of dry friction. Diss. TH Delft 1967.
14. Kraft, G.: Das Phänomen des elastischen Schlupfes und dessen Einfluß auf das Verhalten von drehzahlgekoppelten Laufrädern. Diss. Ruhr-Univ. Bochum 1980.
15. Bauerfeind, E.: Untersuchungen an zylindrischen Gummilaufrädern. Diss. TU Braunschweig 1966.
16. Strothmann, G.: Untersuchung der Schlupfverhältnisse an Wälzrädern mit weichelastischem Belag bei Kraftübertragung. Diss. TU Braunschweig 1975.
17. Jörg, J.: Über den Rollvorgang in einem Walzenpaar und die Kraftübertragung auf eine durchlaufende Stoffbahn. Diss. TU München 1979.
18. Lütkebohle, H.: Rolle und Wälzreibung zylindrischer Räder aus thermoplastischen Kunststoffen. Diss. TU Berlin 1984.
19. Severin, D.; Lütkebohle, H.: Rollreibung zylindrischer Laufräder aus Kunststoff. Konstruktion 37 (1985) H. 5, S. 177–184.
20. Borchardt, H. A.: Rollradius von mit Gummi überzogenen Zylindern. Kautschuk u. Gummi, Kunststoffe 13 (1960) H. 5, S. 138–140.

## Anwendungen aus der Sicht des Herausgebers

Auf Stahlschienen oder -scheiben laufende zylindrische Räder aus Thermoplasten haben für Fördersysteme wegen ihres günstigen Geräusch- und Verschleißverhaltens eine große Bedeutung. Voraussetzung für eine instandhaltungsarme Verwendung in der Industrie ist aber die Kenntnis der bei belasteten und angetriebenen Rädern entstehenden Wälzreibung bzw. der Kraftschluß-Schlupf-Funktion. Die theoretischen und experimentellen Untersuchungen geben einen vertieften Einblick in das Verhalten dieser Wirkflächenpaarung, insbesondere über den Einfluß der beteiligten Kunststoffe.